УДК 514.75

Ю. И. Попов

НОРМАЛИЗАЦИЯ ОСНОВНЫХ СТРУКТУРНЫХ ПОДРАССЛОЕНИЙ $\mathcal{H}$-РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ОКРЕСТНОСТИ 2-ГО ПОРЯДКА

Построены поля внутренних нормализаций в смысле Нордена основных структурных Λ-, L-, H-подрасслоений гиперполосного $\mathcal{H}$-распределения [1–3] аффинного пространства A_n в дифференциальной окрестности 2-го порядка. Показано, что в каждом центре A $\mathcal{H}$-распределения для каждого из Λ-, L-, H-подрасслоений их соответствующие нормали 1-го рода (L-виртуальная аффинная, Бляшке (первый аналог), Тренсона) принадлежат одному пучку. В соответствующих биекциях Бомпьяни – Пантази [2] им соответствуют пучки нормалей 2-го рода Λ-, L-, H-подрасслоений. Выяснены аналитические признаки коинцидентности [4] $\mathcal{H}$-распределения и его Λ-, L-, H-подрасслоений.

Norden inner normalization fields of basic structural subbundle of hyperband distribution are constructed in second order differential neighborhood of affine space. It is showed that first order normal (L-virual affine normal, Blashke normal, Trenson normal) corresponding to each of subbundle belongs to the same sheaf in any center A. Sheafs of second order normal of Λ-, L-, H-subbundle correspond to them in the Bompiani–Pantazi bijection. Analytical coincidence features of $\mathcal{H}$-distribution and its Λ-, L-, H-subbundle was clarified.

Ключевые слова: подрасслоения, нормализация, нормаль, тензор, квазитензор, распределение, коинцидентность, биекция.

Key words: subbundle, normalization, normal, tensor, quasitensor, distribution, coincidence, bijection.

Во всей работе использована следующая схема индексов:

$$J,K,L=\overline{1,n};\ \alpha,\beta,\gamma,\zeta=\overline{m+1,n-1};\ i,j,k,s=\overline{1,m};\ a,b,c=\overline{1,n-1};\ \hat\alpha,\hat\beta,\hat\gamma=\overline{m+1,n}.$$

1. Известно [2; 3], что в дифференциальной окрестности 2-го порядка регулярное $\mathcal{H}$-распределение аффинного пространства A_n задается относительно репера R^1 уравнениями

$$\omega_i^n=\Lambda_{iK}^n\omega^K,\ \omega_i^\alpha=\Lambda_{iK}^\alpha\omega^K,\ \omega_\alpha^n=\Lambda_{\alpha\hat\beta}^n\omega^{\hat\beta},\ \omega_\alpha^i=\Lambda_{\alpha K}^i\omega^K,$$

$$\nabla\Lambda_{iK}^n=\Lambda_{iKL}^n\omega^L,\ \nabla\Lambda_{iK}^\alpha+\Lambda_{iK}^n\omega_n^\alpha=\Lambda_{iKL}^\alpha\omega^L,\ \nabla\Lambda_{\alpha\hat\beta}^n=\Lambda_{\alpha\hat\beta\hat\gamma}^n\omega^{\hat\gamma},$$

$$\nabla\Lambda_{\alpha K}^i+\Lambda_{\alpha\beta}^i\delta_K^\beta\omega_n^i=\Lambda_{\alpha KL}^i\omega^L$$

и соотношениями

$$\Lambda_{\alpha n}^n\Lambda_{[jk]}^n+\Lambda_{\alpha\beta}^n\Lambda_{[jk]}^\beta+\Lambda_{i[j}^n\Lambda_{|\alpha|k]}^i=0\,.$$

Определители

$$\Lambda_0 \stackrel{def}{=} \det\left\|\Lambda_{ij}^n\right\| \neq 0,\ L_0 = \det\left\|\Lambda_{\alpha\beta}^n\right\| \neq 0,\ H_0 = \det\left\|\Lambda_{ab}^n\right\| \neq 0$$

основных фундаментальных тензоров 1-го порядка соответственно Λ-, L-, H-подрасслоений удовлетворяют уравнениям

$$d\ln\Lambda_0 = 2\omega_i^i - m\omega_n^n + \Lambda_K\omega^K,$$

$$d\ln L_0 = 2\omega_\gamma^\gamma - (n-m-1)\omega_n^n + L_K\omega^K,$$

$$d\ln H_0 = 2\omega_a^a - (n-1)\omega_n^n + H_K\omega^K,$$

где

$$\Lambda_K = \Lambda_n^{ji}\Lambda_{ijK}^n,\ L_K = \Lambda_n^{\beta\alpha}\Lambda_{\alpha\beta K}^n,\ H_K = \Lambda_n^{ba}\Lambda_{abK}^n, \tag{1}$$

$$\nabla\Lambda_K \equiv (m+2)\Lambda_{sK}^n\omega_n^s + m\Lambda_{\alpha K}^n\omega_n^\alpha, \tag{2}$$

$$\nabla L_K \equiv (n-m-1)\Lambda_{iK}^n\omega_n^i + (n-m+1)\Lambda_{\gamma K}^n\omega_n^\gamma, \tag{3}$$

$$\nabla H_K \equiv (n+1)\Lambda_{aK}^n\omega_n^a. \tag{4}$$

В частности, в силу (2)—(4), придавая индексу K последовательно значения i, α, найдем дифференциальные уравнения, которым удовлетворяют следующие функции:

$$\Lambda_i = \Lambda_n^{jk}\Lambda_{kji}^n,\ \nabla\Lambda_i \equiv (m+2)\Lambda_{si}^n\omega_n^s; \tag{5}$$

$$\Lambda_\alpha = \Lambda_n^{jk}\Lambda_{kj\alpha}^n,\ \nabla\Lambda_\alpha \equiv (m+2)\Lambda_{j\alpha}^n\omega_n^j + m\Lambda_{\beta\alpha}^n\omega_n^\beta; \tag{6}$$

$$L_i = \Lambda_n^{\beta\alpha}\Lambda_{\alpha\beta i}^n,\ \nabla L_i \equiv (n-m-1)\Lambda_{ji}^n\omega_n^j; \tag{7}$$

$$L_\alpha = \Lambda_n^{\gamma\beta}\Lambda_{\beta\gamma\alpha}^n,\ \nabla L_\alpha \equiv (n-m-1)\Lambda_{j\alpha}^n\omega_n^j + (n-m+1)\Lambda_{\beta\alpha}^n\omega_n^\beta; \tag{8}$$

$$H_i = \Lambda_n^{bc}\Lambda_{cbi}^n,\ \nabla H_i \equiv (n+1)\Lambda_{ji}^n\omega_n^j; \tag{9}$$

$$H_\alpha = \Lambda_n^{bc}\Lambda_{cb\alpha}^n,\ \nabla H_\alpha \equiv (n+1)\Lambda_{j\alpha}^n\omega_n^j + (n+1)\Lambda_{\beta\alpha}^n\omega_n^\beta. \tag{10}$$

С помощью функций Λ_i (5), Λ_α (6) и тензоров $\{\Lambda_n^{ij}\}$, $\{\Lambda_n^{i\alpha}\}$, $\{\Lambda_n^{\alpha\beta}\}$ построим охваты квазитензоров 2-го порядка:

$$\mathcal{T}_n^{\ i} \stackrel{def}{=} -\frac{1}{m+2}\Lambda_j\Lambda_n^{ji},\ \nabla\mathcal{T}_n^{\ i} + \omega_n^i = \mathcal{T}_{nK}^{\ i}\omega^K; \tag{11}$$

$$\mathcal{T}_n^{\ \alpha} \stackrel{def}{=} -\frac{1}{m}(\Lambda_i\Lambda_n^{i\alpha} + \Lambda_\beta\Lambda_n^{\beta\alpha}),\ \nabla\mathcal{T}_n^{\ \alpha} + \omega_\beta^\alpha = \mathcal{T}_{nK}^{\ \alpha}\omega^K; \tag{12}$$

$$\mathcal{T}_n^{\ a} \stackrel{def}{=} \{\mathcal{T}_n^{\ i}, \mathcal{T}_n^{\ \alpha}\},\ \nabla\mathcal{T}_n^{\ a} + \omega_n^a = \mathcal{T}_{nK}^{\ a}\omega^K. \tag{13}$$

Известно [5], что для регулярных гиперполос $H_m \subset A_n$ поле квазитензора $\{\mathcal{T}_n^{\ i}\}$ задает поле нормалей Тренсона [6] T_{n-m} 1-го рода. Отметим, что для гиперполосных распределений специального класса нормализация Тренсона введена в работе [7]. Имея это ввиду, мы сохраним это название для нормалей $\mathscr{T}_{n-m}$ 1-го рода Λ-подрасслоения данного $\mathscr{H}$-распределения. Аналогично, будем говорить, что поля квазитензоров $\{\mathscr{T}_n^{\alpha}\}$ (12) и $\{\mathscr{T}_n^{a}\}$ (13) в дифференциальной окрестности 2-го порядка задают соответственно поля нормалей Тренсона 1-го рода L-, H-подрасслоений. В силу биекции Бомпьяни — Пантази [2] полям нормалей Тренсона 1-го рода (11)—(13) соответствуют поля нормалей 2-го рода Λ-, L-, H-подрасслоений:

$$\begin{cases} \mathscr{T}_i = -\Lambda_{ij}^n \mathscr{T}_n^j - \tilde{A}_i, \ \nabla \mathscr{T}_i = \mathscr{T}_{iK}\omega^K, \\ \mathscr{T}_\alpha = -\Lambda_{\alpha\beta}^n \mathscr{T}_n^\beta - A_\alpha, \ \nabla \mathscr{T}_\alpha = \mathscr{T}_{\alpha K}\omega^K, \\ \mathscr{T}_a = -\Lambda_{ab}^n \mathscr{T}_n^b - A_a, \ \nabla \mathscr{T}_a = \mathscr{T}_{aK}\omega^K. \end{cases}$$

Итак, в дифференциальной окрестности 2-го порядка инвариантным образом построены поля внутренних нормализаций Тренсона

$$(\mathscr{T}_n^i; \mathscr{T}_i), \ (\mathscr{T}_n^\alpha; \mathscr{T}_\alpha), \ (\mathscr{T}_n^a; \mathscr{T}_a) \tag{14}$$

соответственно Λ-, L-, H-подрасслоений.

2. Проводя аналогичные построения с функциями L_i (7) и L_α (8), последовательно получаем

$$\begin{cases} \mathscr{L}_n^i = -\dfrac{1}{n-m-1} L_s \Lambda_n^{si}, \ \nabla \mathscr{L}_n^i + \omega_n^i = \mathscr{L}_{nK}^i \omega^K, \\ \mathscr{L}_n^\alpha = -\dfrac{1}{n-m-1}(L_\gamma \Lambda_n^{\gamma\alpha} + L_i \Lambda_n^{i\alpha}), \ \nabla \mathscr{L}_n^\alpha + \omega_n^\alpha = \mathscr{L}_{nK}^\alpha \omega^K, \\ \mathscr{L}_n^a = \{\mathscr{L}_n^i; \ \mathscr{L}_n^\alpha\}, \ \nabla \mathscr{L}_n^a + \omega_n^a = \mathscr{L}_{nK}^a \omega^K. \end{cases} \tag{15}$$

Поля нормалей 1-го рода в смысле Нордена соответственно Λ-, L-, H-подрасслоений (15) будем называть в дальнейшем L-виртуальными аффинными нормалями 1-го рода соответственно Λ-, L-, H-подрасслоений.

Замечание. Аффинные нормали (15) названы L-виртуальными, так как их строение зависит от функций $\{L_i\}, \{L_\alpha\}$, ассоциированных с L-подрасслоением.

Затем, используя соответствия Бомпьяни — Пантази, находим поля L-виртуальных аффинных нормалей 2-го рода в смысле Нордена соответственно Λ-, L-, H-подрасслоений:

$$\begin{cases} \mathscr{L}_i = -\Lambda_{ij}^n \mathscr{L}_n^j - \tilde{\mathscr{A}}_i, \ \nabla \mathscr{L}_i = \mathscr{L}_{iK}\omega^K, \\ \mathscr{L}_\alpha = -\Lambda_{\alpha\beta}^n \mathscr{L}_n^\beta - \mathscr{A}_\alpha, \ \nabla \mathscr{L}_\alpha = \mathscr{L}_{\alpha K}\omega^K, \\ \mathscr{L}_a = -\Lambda_{ab}^n \mathscr{L}_n^b - \mathscr{A}_a, \ \nabla \mathscr{L}_a = \mathscr{L}_{aK}\omega^K. \end{cases} \tag{16}$$

В результате непосредственно из (15), (16) получаем поля внутренних L-виртуальных аффинных нормализаций

$$(\mathscr{L}_n^i; \mathscr{L}_i), (\mathscr{L}_n^\alpha; \mathscr{L}_\alpha), (\mathscr{L}_n^a; \mathscr{L}_a) \tag{17}$$

соответственно Λ-, L-, H-подрасслоений в аффинной окрестности 2-го порядка $\mathscr{H}$-распределения.

3. Наконец, воспользуемся функциями H_i (9), H_α (10) и проведем аналогичные построения квазитензоров 2-го порядка:

$$\begin{cases} \mathscr{B}_n^{\,i} \overset{def}{=} -\dfrac{1}{n+1} H_s \Lambda_n^{si}, \ \nabla \mathscr{B}_n^{\,i} + \omega_n^i = \mathscr{B}_{nK}^i \omega^K, \\ \mathscr{B}_n^{\,\alpha} \overset{def}{=} -\dfrac{1}{n+1} (H_i \Lambda_n^{i\alpha} + H_\beta \Lambda_n^{\beta\alpha}), \ \nabla \mathscr{B}_n^{\,\alpha} + \omega_n^\alpha = \mathscr{B}_{nK}^\alpha \omega^K, \\ \mathscr{B}_n^{\,a} = \{\mathscr{B}_n^{\,i}; \mathscr{B}_n^{\,\alpha}\}, \ \mathscr{B}_n^{\,a} = -\dfrac{1}{n+1} H_b \Lambda_n^{ba}, \ \nabla \mathscr{B}_n^{\,a} + \omega_n^a = \mathscr{B}_{nK}^a \omega^K. \end{cases} \tag{18}$$

Поле квазитензора $\{\mathscr{B}_n^{\,a}\}$ (18) для гиперповерхности [8] и для гиперплоскостного распределения [9—11] аффинного пространства задает поле нормалей Бляшке [12]. В силу этого обобщенные поля нормалей Бляшке (18) основных структурных подрасслоений (Λ-, L-, H-подрасслоений) $\mathscr{H}$-распределения назовем первыми аналогами нормалей Бляшке 1-го рода.

Поля нормалей Бляшке регулярных гиперполос аффинного пространства рассмотрены, например, в работах [13; 14], а для гиперполосных распределений аффинного пространства поля нормалей Бляшке введены, например, в работах [1; 15].

В силу соответствия Бомпьяни — Пантази и соотношений (18):

$$\begin{cases} \mathscr{B}_i = -\Lambda_{ij}^n \mathscr{B}_n^{\,j} - \tilde{\mathscr{A}}_i, \ \nabla \mathscr{B}_i = \mathscr{B}_{iK} \omega^K, \\ \mathscr{B}_\alpha = -\Lambda_{\alpha\beta}^n \mathscr{B}_n^{\,\beta} - \mathscr{A}_\alpha, \ \nabla \mathscr{B}_\alpha = \mathscr{B}_{\alpha K} \omega^K, \\ \mathscr{B}_a = -\Lambda_{ab}^n \mathscr{B}_n^{\,b} - \mathscr{A}_a, \ \nabla \mathscr{B}_a = \mathscr{B}_{aK} \omega^K. \end{cases} \tag{19}$$

Поля нормалей (19) Λ-, L-, H-подрасслоений назовем первым аналогами нормалей Бляшке 2-го рода.

Из (18), (19) следует, что поля нормализаций Бляшке

$$(\mathscr{B}_n^{\,i}; \mathscr{B}_i), (\mathscr{B}_n^{\,\alpha}; \mathscr{B}_\alpha), (\mathscr{B}_n^{\,a}; \mathscr{B}_a) \tag{20}$$

соответственно Λ-, L-, H-подрасслоений внутренним образом определены в дифференциальной окрестности 2-го порядка. Резюмируя, приходим к следующему выводу:

Теорема 1. *$\mathscr{H}$-распределение во 2-й дифференциальной окрестности порождает поля внутренних нормализаций (14), (17), (20) его основных структурных подрасслоений (Λ-, L-, H-подрасслоений).*

4. Из формул (18) в силу соотношений (5), (7), (11), (15) получаем:

$$\begin{aligned} \mathscr{B}_n^{\,i} &= -\frac{1}{n+1} H_s \Lambda_n^{si} = -\frac{1}{n+1} \Lambda_n^{ba} \Lambda_{abs}^n \Lambda_n^{si} = \\ &= -\frac{1}{n+1}\left[\Lambda_n^{ji} \Lambda_{ijs}^n \Lambda_n^{si} + \Lambda_n^{\beta\alpha} \Lambda_{\alpha\beta s}^n \Lambda_n^{si}\right] = -\frac{1}{n+1} \Lambda_s \Lambda_n^{si} - \frac{1}{n+1} L_s \Lambda_n^{si} = \\ &= -\frac{1}{n+1}(-(m+2)\mathscr{T}_n^{\,i} - (n-m-1)\mathscr{L}_n^{\,i}) = \frac{m+2}{n+1}\mathscr{T}_n^{\,i} + \frac{n-m-1}{n+1}\mathscr{L}_n^{\,i}. \end{aligned} \tag{21}$$

Согласно (21) справедлива

Теорема 2. *Аффинные нормали 1-го рода $\mathscr{B}_{n-m}(A)$, $\mathscr{T}_{n-m}(A)$, $\mathscr{L}_{n-m}(A)$ плоскости Λ(A) в каждом центре A $\mathscr{H}$-распределения принадлежат однопа-*

раметрическому пучку (n-m)-плоскостей $N_{n-m}(\varepsilon)$, определенному внутренним образом пучком квазитензоров

$$N_n^i(\varepsilon)=\varepsilon\mathscr{T}_n^{\,i}+(1-\varepsilon)\mathscr{L}_n^i=\mathscr{L}_n^i+\varepsilon(\mathscr{T}_n^{\,i}-\mathscr{L}_n^i) \qquad (22)$$

в дифференциальной окрестности 2-го порядка, причем нормаль Бляшке $\mathscr{B}_{n-m}(A)$ плоскости Λ(A) высекается из пучка (22) при $\varepsilon=\dfrac{m+2}{n+1}$.

5. Аналогично, преобразуя функции $\mathscr{B}_n^\alpha$ (18) с использованием соотношений (1), (5) — (8), (15) приходим к следующему результату:

$$\begin{aligned}\mathscr{B}_n^\alpha&=-\frac{1}{n+1}H_a\Lambda_n^{a\alpha}=-\frac{1}{n+1}(H_i\Lambda_n^{i\alpha}+H_\beta\Lambda_n^{\beta\alpha})=\\&=-\frac{1}{n+1}(\Lambda_n^{bc}\Lambda_{cbi}^n\Lambda_n^{i\alpha}+\Lambda_n^{bc}\Lambda_{cb\beta}^n\Lambda_n^{\beta\alpha})=\\&=-\frac{1}{n+1}(\Lambda_n^{js}\Lambda_{sji}^n\Lambda_n^{i\alpha}+\Lambda_n^{\gamma\beta}\Lambda_{\beta\gamma i}^n\Lambda_n^{i\alpha}+\Lambda_n^{js}\Lambda_{sj\beta}^n\Lambda_n^{\beta\alpha}+\Lambda_n^{\gamma\xi}\Lambda_{\xi\gamma\beta}^n\Lambda_n^{\beta\alpha})=\\&=-\frac{1}{n+1}(L_i\Lambda_n^{i\alpha}+L_\gamma\Lambda_n^{\gamma\alpha})-\frac{1}{n+1}(\Lambda_i\Lambda_n^{i\alpha}+\Lambda_\beta\Lambda_n^{\beta\alpha})=\\&=\frac{(n-m+1)}{n+1}\mathscr{L}_n^\alpha+\frac{m}{n+1}\mathscr{T}_n^\alpha.\end{aligned} \qquad (23)$$

Из (23) следует

Теорема 3. *Аффинные нормали 1-го рода* $\mathscr{B}_{m+1}(A)$, $\mathscr{T}_{m+1}(A)$, $\mathscr{L}_{m+1}(A)$ *плоскости L(A) в каждом центре A $\mathscr{H}$-распределения принадлежат однопараметрическому пучку плоскостей (m + 1)-плоскостей* $N_{m+1}(\varepsilon)$, *определенному внутренним образом пучком квазитензоров*

$$N_n^\alpha(\zeta)=\zeta\mathscr{T}_n^{\,\alpha}+(1-\zeta)\mathscr{L}_n^\alpha=\mathscr{L}_n^\alpha+\zeta(\mathscr{T}_n^{\,\alpha}-\mathscr{L}_n^\alpha), \qquad (24)$$

причем нормаль Бляшке $\mathscr{B}_{m+1}(A)$ *плоскости L(A) соответствует параметру* $\zeta=\dfrac{m}{n+1}$.

В биекции Бомпьяни — Пантази пучку (22) соответствует пучок тензоров 2-го порядка

$$\mathfrak{N}_i(\varepsilon)=\mathscr{L}_i+\varepsilon(\mathscr{T}_i-\mathscr{L}_i), \qquad (25)$$

который определяет в каждом центре A $\mathscr{H}$-распределения пучок нормалей 2-го рода $\mathfrak{N}_{m-1}(\varepsilon)$ плоскости $\Lambda(A)$. В пучке $\mathfrak{N}_{m-1}(\varepsilon)$ (25) нормали Бляшке 2-го рода $\mathscr{B}_{m-1}(A)$ (первый аналог) соответствует параметр $\varepsilon=\dfrac{m+2}{n+1}$.

Пучку нормалей 1-го рода $N_{m+1}(\zeta)$ (24) плоскости L(A) в каждом центре A соответствует пучок нормалей 2-го рода $\mathfrak{N}_{n-m-2}(\zeta)$, определяемый пучком тензоров 2-го порядка

$$\mathfrak{N}_\alpha(\zeta)=\mathscr{L}_\alpha+\zeta(\mathscr{T}_\alpha-\mathscr{L}_\alpha). \qquad (26)$$

Из пучка $\mathfrak{N}_{n-m-2}(\zeta)$ (26) при $\zeta = \dfrac{m}{n+1}$ высекается нормаль 2-го рода Бляшке $\mathscr{B}_{n-m-2}(A)$ (первый аналог) плоскости L(A).

Как следствие из теорем 2 и 3 вытекает

Теорема 4. *Нормали первого рода: Бляшке* $\mathscr{B}_1(A)$, *Тренсона* $\mathscr{T}_1(A)$ *и L-виртуальная аффинная нормаль* $\mathscr{L}_1(A)$ *гиперплоскости H(A) в каждом центре A принадлежат одному однопараметрическому пучку, определяемому внутренним образом пучком квазитензоров 2-го порядка*

$$N_n^a(\eta) = \mathscr{L}_n^a + \eta(\mathscr{T}_n^a - \mathscr{L}_n^a). \qquad (27)$$

В биекции Бомпьяни — Пантази пучку квазитензоров (27) соответствует пучок тензоров

$$\mathfrak{N}_a(\eta) = \mathscr{L}_a + \eta(\mathscr{T}_a - \mathscr{L}_a), \qquad (28)$$

который задает в дифференциальной окрестности 2-го порядка внутренний пучок нормалей $\mathfrak{N}_{n-m-2}(\zeta)$ 2-го рода плоскости H(A).

6. Если нормаль Тренсона $\mathscr{T}_1(A)$ и L-виртуальная аффинная нормаль $\mathscr{L}_1(A)$ плоскости H(A) в точке A совпадают, то, как это следует из формул (21) и (23), нормаль Бляшке $\mathscr{B}_1(A)$ тоже совпадает с ними, то есть все три нормали совпадают. Действительно, пусть

$$(\mathscr{T}_n^a = \mathscr{L}_n^a) \Leftrightarrow (\mathscr{T}_n^i = \mathscr{L}_n^i, \mathscr{T}_n^\alpha = \mathscr{L}_n^\alpha) \underset{(21)}{\overset{(23)}{\Leftrightarrow}}$$
$$\underset{(21)}{\overset{(23)}{\Leftrightarrow}} (\mathscr{B}_n^i = \mathscr{T}_n^i = \mathscr{L}_n^i; \mathscr{B}_n^\alpha = \mathscr{L}_n^\alpha = \mathscr{T}_n^\alpha) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (\mathscr{B}_n^a = \mathscr{L}_n^a = \mathscr{T}_n^a).$$

Аналогично, можно показать, что при совпадении любых двух нормалей из указанных трех: $\mathscr{B}_1(A)$, $\mathscr{T}_1(A)$, $\mathscr{L}_1(A)$, в данном центре A все три нормали совпадают. При этом условии все нормали 2-го рода пучка (28) тоже совпадают. Верное и обратное утверждение: если нормали 2-го рода $\mathscr{H}$-распределения из пучка (28) совпадают, то нормали 1-го рода $\mathscr{H}$-распределения пучка (27) тоже совпадают.

Определение. $\mathscr{H}$-распределение назовем *коинцидентным* [4], если каждый из пучков нормалей 1-го и 2-го рода (27), (28) $\mathscr{H}$-распределения вырождается в одну нормаль.

В силу этого определения приходим к следующим признаком коинцидентности Λ-, L-, H-подрасслоений данного $\mathscr{H}$-распределения.

Теорема 5. *Каждое в отдельности из Λ-, L-, H-подрасслоений данного* $\mathscr{H}$*-распределения коинцидентно тогда и только тогда, когда любые два квазитензора 2-го порядка из соответствующих троек* $(\mathscr{B}_n^i, \mathscr{T}_n^i, \mathscr{L}_n^i)$, $(\mathscr{B}^\alpha, \mathscr{T}_n^\alpha, \mathscr{L}_n^\alpha)$, $(\mathscr{B}_n^a, \mathscr{T}_n^a, \mathscr{L}_n^a)$ *совпадают или, что равносильно, когда любые два тензора 2-го порядка из соответствующих троек* $(\mathscr{B}_i, \mathscr{T}_i, \mathscr{L}_i)$, $(\mathscr{B}_\alpha, \mathscr{T}_\alpha, \mathscr{L}_\alpha)$, $(\mathscr{B}_a, \mathscr{T}_a, \mathscr{L}_a)$ *совпадают.*

Список литературы

1. *Попов Ю. И.* Поля геометрических объектов гиперполосного распределения аффинного пространства / Калининградский гос. ун-т. Деп. в ВИНИТИ, № 6807-В87 Деп., 1986.

2. *Попов Ю. И.* Введение в теорию регулярного гиперполосного распределения аффинного пространства // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта, 2013. Вып. 10. С. 49—56.

3. *Попов Ю. И.* Поля геометрических объектов $\mathscr{H}$ -распределения аффинного пространства // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 2013. Вып. 44. С. 113—125.

4. *Mihailescu T.* Geometrie differential projective. Bucuresti Acad. RTR, 1958.

5. *Попов Ю. И.* Нормализация Тренсона гиперполосы $H_m(\Lambda)$ // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 2007. Вып. 38. С. 117—192.

6. *Лисицына И. Е.* Нормализация тренсона гиперполосы H_m аффинного пространства // Там же. 1998. Вып. 29. С. 38—40.

7. *Попов Ю. И.* Введение связностей на $\mathscr{H}$ -распределения аффинного пространства // Там же. 2011. Вып. 42. С. 122—133.

8. *Алшибая Э. Д.* Дифференциальная геометрия гиперповерхности в многомерном аффинном пространстве // Тр. Тбилисского ун-та, 1968. Т. 129. С. 319—341.

9. *Алшибая Э. Д.* О распределении гиперплоскостных элементов в аффинном пространстве // Сообщения АН Груз. ССР, 1970. Т. 60. С. 545—548.

10. *Алшибая Э. Д.* К геометрии распределений гиперплоскостных элементов в аффинном пространстве // Тр. геом. семинара ВИНИТИ АН СССР. М., 1974. Т. 5. С. 169–192.

11. *Алшибая Э. Д.* Геометрия распределений гиперплоскотных элементов в аффинном пространстве. Тбилиси, 1990.

12. *Бляшке В.* Дифференциальная геометрия. ОНТИ. М. ; Л., 1935.

13. *Попов Ю. И.* Общая теория регулярных гиперполос : учеб. пособие. Калининград, 1983.

14. *Попов Ю. И.* Регулярные гиперполосы аффинного пространства : учеб. пособие. Калининград, 2011.

15. *Попов Ю. И.* Нормали гиперполосного распределения аффинного пространства // Диф. геом. многообр. фигур. Калининград, 1988. Вып. 19. С. 69—79.

Об авторе

Юрий Иванович Попов — канд. физ.-мат. наук, проф., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: matsievsky@newmail.ru

About the author

Dr Juriy Popov — Ass. Prof., I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.

E-mail: matsievsky@newmail.ru